

4-1 (配点 30 点)

△ABCにおいて、 $AB=5$ 、 $BC=7$ 、 $CA=4$ であるとき、

$$\cos \angle BAC = \frac{[\text{アイ}]}{[\text{ウ}]}, \quad \sin \angle BAC = \frac{[\text{エ}] \sqrt{[\text{オ}]}}{[\text{カ}]}$$

であり、△ABCの面積は $[\text{キ}] \sqrt{[\text{ク}]}$ 、△ABCの内接円 I_1 の半径は $\frac{\sqrt{[\text{ケ}]}}{[\text{コ}]}$ である。

辺ABと円 I_1 との接点を点Dとすると、 $AD=[\text{サ}]$ であり、円 I_1 の中心 I_1 から点Bまでの距離は $\frac{\sqrt{[\text{シス}]}}{[\text{セ}]}$ である。

(1) 辺 AB と辺 BC と接し、円 I_1 と外接する円を円 I_2 とすると、円 I_2 の半径は $\frac{[\text{ソタ}]\sqrt{[\text{チ}]}-[\text{ツ}]\sqrt{[\text{テト}]}}{[\text{ナニ}]}$ で

ある。

(2) $\triangle BDI_1$ の外接円の中心を O とすると、円 O の半径は $\frac{\sqrt{[\text{ヌネ}]}}{4}$ であり、円 I_1 上に点 E と点 F を、3 点 $O, E,$

F がこの順で一直線上に並び、かつ $\angle I_1FE = 2\angle OI_1E$ のとき、 $OE = \frac{\sqrt{[\text{ノ}]}}{[\text{ハ}]}$ である。

よって、 $\frac{OE}{OF} = \frac{[\text{ヒフ}]}{[\text{ヘホ}]}$ である。